

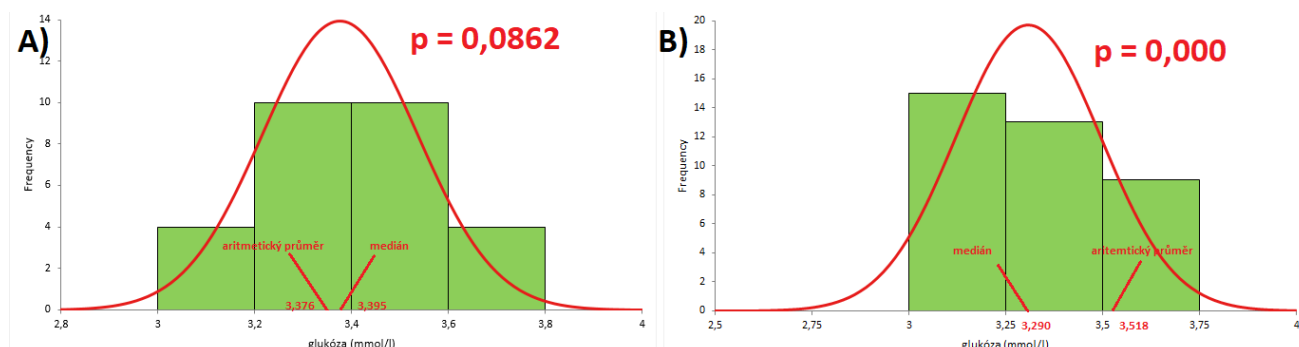
Testování hypotéz o rozdílu mediánů

1. Medián versus aritmetický průměr

Při popisu výběrových souborů využíváme řadu různých popisných charakteristik. Mezi jedny z nejvýznamnějších řadíme mimo jiné parametry charakterizující střední hodnotu, kam patří například průměr nebo medián.

Aritmetický průměr matematicky vyjadřujeme jako součet všech hodnot výběrového souboru dělený počtem hodnot v souboru. Medián představuje tzv. 50% kvantil. Získáme jej tak, že jednotlivé hodnoty výběrového souboru uspořádáme do variační řady podle velikosti a prostřední hodnota této variační řady je rovna mediánové hodnotě. Jak vyplývá z matematické definice jednotlivých parametrů, hlavním rozdílem mezi mediánem a průměrem je jejich ovlivnění extrémními hodnotami. Aritmetický průměr je ovlivněn extrémními hodnotami, a proto se využívá především u souborů, které splňují podmínku normálního rozdělení. Medián naopak není extrémními hodnotami přímo ovlivněn, čehož se právě využívá především při charakterizaci výběrových souborů s jiným než normálním rozdělením (např. asymetrické, vícevrcholové). V případě, že výběrový soubor vykazuje normální rozdělení, je hodnota aritmetického průměru velmi blízká mediánové hodnotě (obrázek 1).

Obrázek 1: Aritmetický průměr versus medián – A) výběrový soubor s normálním rozdělením ($p = 0,0862$, testováno Shapiro-Wilkovým testem), B) výběrový soubor s neznámým rozdělením ($p = 0,000$, testováno Shapiro-Wilkovým testem)



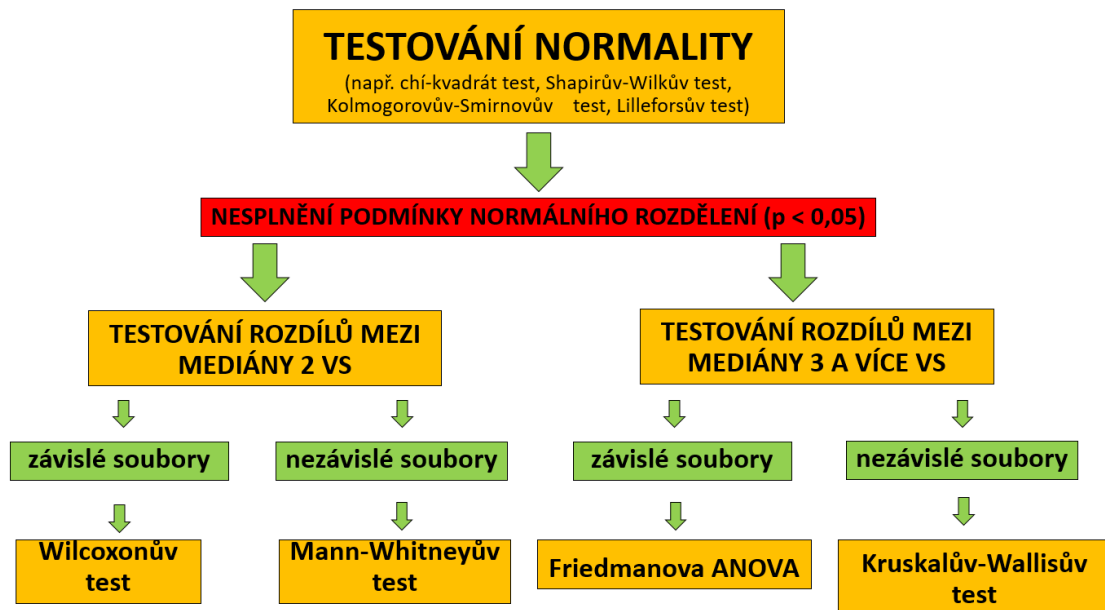
Poznámka: Histogram byl zpracován v programu Analyse-It. Testování normality bylo provedeno v programu Unistat for Excel 6.5

Dalším rozdílem je, že medián lze spočítat z každého výběrového souboru, a to i když se nejedná o číselný soubor. Lze jej tedy získat nejen u výběrových souborů tvořených z kardinálních dat, ale i u dat nominálních či ordinálních. Příkladem může být soubor, ve kterém hodnotíme typ vysokoškolských titulů na univerzitě. Máme skupinu 20 akademických pracovníků, kdy 13 z nich má titul MVDr., dalších 6 akademických pracovníků má mimo titulu MVDr. ještě titul Ph.D. a 1 akademický pracovník má mimo titulů MVDr. a Ph.D. ještě titul doc. Kategorii titulů považujeme za seřazenou podle výše vysokoškolského titulu (tzn. MVDr. < Ph.D. < doc.), tudíž v tomto případě bude medián uvedeného souboru roven titulu „MVDr.“.

2. Obecný postup testování rozdílů mezi mediány

Klasické postupy statistické analýzy obvykle předpokládají, že náhodné proměnné budou vykazovat normální rozdělení. Prvním krokem statistického testování je tedy ověření normality a následné zvolení si vhodné sady statistických testů (obrázek 2). Pokud není splněna podmínka normality, využívají se statistické testy označované jako neparametrické.

Obrázek 2: Výběr statistického testu pro spojité proměnné při nesplnění podmínky normality



Neparametrické testy nejsou závislé na rozdělení a při svých výpočtech vycházejí z pořadových čísel konkrétních hodnot variační řady. Je možné je využít i pro hodnocení ordinálních dat, případně dat naměřených v poměrovém nebo intervalovém měřítku. Volba konkrétního neparametrického testu je obdobně jako v případě parametrických testů ovlivněna designem vlastního experimentu. V porovnání s parametrickými testy jsou výpočty těchto typů

testů mnohem jednodušší, ale zároveň mají nižší sílu. Pro potvrzení statistické významnosti je tedy zapotřebí, aby mezi porovnávanými soubory existoval značný rozdíl. Funkce pro výpočet neparametrických testů nejsou bohužel k dispozici v běžném tabulkovém procesu Excel. Pro jejich výpočet je tedy nutné využít vhodný statistický software (např. Unistat).

Pokud při testování normality zjistíme, že hodnota pravděpodobnosti p je menší než 0,05 a tudíž není splněna podmínka normálního rozdělení, existuje ještě možnost provést zlepšení jejich rozdělení vhodnou transformací. Cílem transformace dat je dosažení alespoň přibližné normality testovaných dat a homogenizace rozptylů porovnávaných výběrových souborů. Částečnou nevýhodou těchto transformovaných dat bývá potom obtížná interpretace nově transformovaných dat jejich jednotek. Mezi často využívané typy transformací patří například logaritmická, mocninná nebo odmocninová transformace.

3. Testování rozdílu mezi mediány dvou výběrových souborů

Provádíme-li testování rozdílu mezi mediány dvou výběrových souborů, volíme si konkrétní statistický test podle typu designu experimentu. Máme-li k dispozici dva výběrové soubory, které byly získány od identické skupiny testovaných organismů (tzn. párový pokus), budeme využívat Wilcoxonův test. Jedná se o neparametrickou variantu párového t-testu. Zjednodušenou variantou Wilcoxonova testu je test znaménkový, který lze využít také pro párové pokusy. Aplikuje se především u dat, které nemůžeme přesně měřit (např. ordinální data). Ukázka řešení modelového příkladu s využitím Wilcoxonova testu v programu Unistat for Excel 6.5 je uvedena na obrázku 3. Máme-li k dispozici dva výběrové soubory, které pochází od různých skupin testovaných jedinců, budeme využívat Mann-Whitneyův test. Jedná se o obdobu nepárového t-testu. Ukázka řešení modelového příkladu s využitím Mann-Whitneyova testu v programu Unistat for Excel 6.5 je uvedena na obrázku 4.

4. Testování rozdílu mezi mediány třech a více výběrových souborů

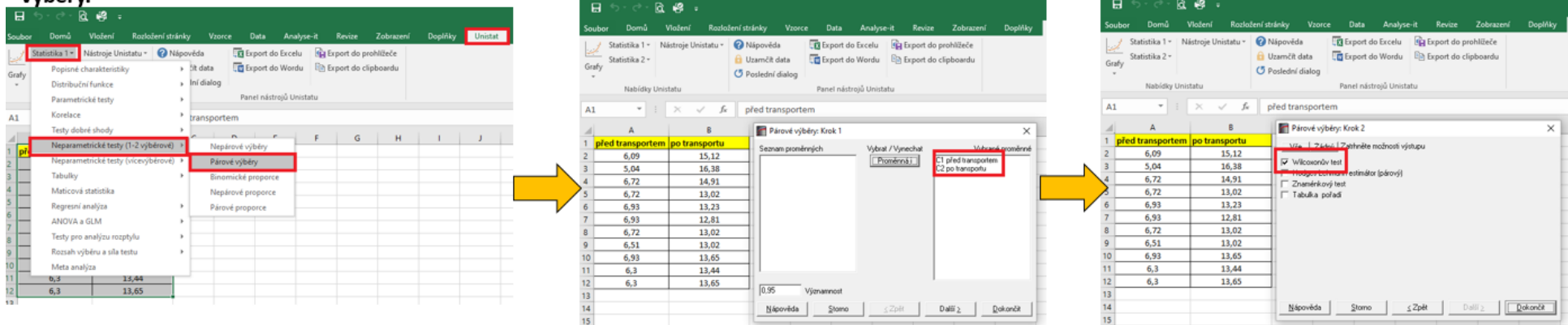
Máme-li složitější typ experimentu, ve kterém provádíme pozorování a následně testování třech a více skupin, je nutné využít již složitější typy testu. Jednou z možností je Kruskal-Wallisův test neboli jednofaktorová neparametrická ANOVA. Obdobně jako u parametrické analýzy rozptylu, je podmínkou použití tohoto typu testu nezávislost souborů. Jedná-li se tedy o párová (závislá) data, je třeba využít tzv. Friedmanův test. Příkladem použití Friedmanova testu je sledování stability vybraného parametru. Ukázka řešení modelového příkladu s využitím Kruskal-Wallisova testu v programu Unistat for Excel 6.5 je uvedena na obrázku 5.

Obrázek 3: Postup provádění Wilcoxonova testu v programu Unistat for Excel 6.5.

A. Označíme si zdrojová data a v hlavním menu si v nabídce Unistat zvolíme: **Statistika 1** → **Neparametrické testy (1-2 výběrové)** → **Párové výběry**.

B. V dalším okně si vybereme do položky proměnné oba porovnávané soubory a zvolíme „Další“.

C. Zvolíme si Wilcoxonův test a potvrdíme tlačítkem „Dokončit“.



VYHODNOCENÍ

Párové výběry			
Wilcoxonův test			
Pro před transportem a po transportu			
	Přip.	Souč.poč.	Průměrné pořadí
Záporné odchylky	11	66,0000	6,0000
Kladné odchylky	0	0,0000	0,0000
Shody	0	0,0000	
Celkem	11	66,0000	6,0000
	W	u-hodnota	jednostr. pravděp.
Asymptotický	0,0000	-2,8953	0,0019
Asymptotické s CC		-2,9399	0,0016
Exaktní			0,0010

D. Dojde k vytvoření nového listu, kde v řádku s značením „Exaktní“ je uvedena hodnota pravděpodobnosti p. V našem případě je výsledek 0,0010, což znamená, že mezi skupinami je signifikantní rozdíl mezi středními hodnotami sledovaného parametru.

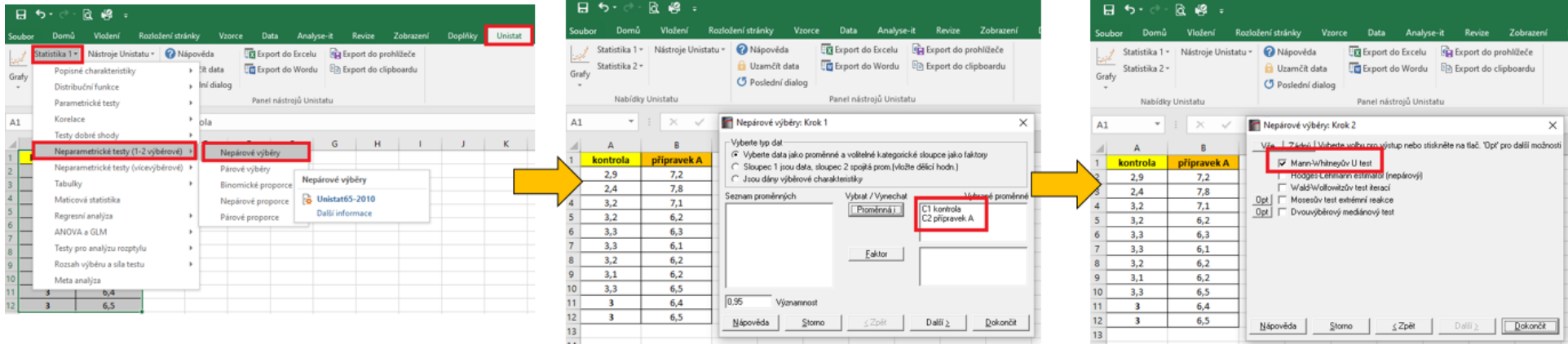
Testováním normality bylo potvrzeno, že kontrolní skupina nesplňuje podmínku normálního rozdělení ($p = 0,0062$).

Obrázek 4: Postup provádění Mann-Whitneyova testu v programu Unistat for Excel 6.5.

A. Označíme si zdrojová data a v hlavním menu si v nabídce Unistat zvolíme: **Statistika 1** → **Neparametrické testy (1-2 výběrové)** → **Nepárové výběry**.

B. V dalším okně si vybereme do položky proměnné oba porovnávané soubory a zvolíme „Další“.

C. Zvolíme si **Mann-Whitneyův test** a potvrdíme tlačítkem „Dokončit“.



VYHODNOCENÍ

Nepárové výběry				
Mann-Whitneyův U test				
	Přip.	Souč.poj.	Průměrné pořadí	U
kontrola	11	66,0000	6,0000	121,0000
přípravek A	11	187,0000	17,0000	0,0000
Celkem	22	253,0000	11,5000	
Korekce na shody = 7,0000				
	U	Testovací statistika	jednostr. pravděp.	dvoustr. pravděp.
Asymptotické normální	0,0000	-3,9885	0,0000	0,0001
Asymptotické normální s CC		-3,9556	0,0000	0,0001
Asymptotické t		-3,9885	0,0003	0,0007
Asymptotické t s CC		-3,9556	0,0004	0,0007
Exaktní			0,0000	0,0000

D. Dojde k vytvoření nového listu, kde v řádku s značením „Exaktní“ je uvedena hodnota pravděpodobnosti p. V našem případě je výsledek 0,000, což znamená, že mezi kontrolní a pokusnou skupinou je signifikantní rozdíl mezi středními hodnotami sledovaného parametru.

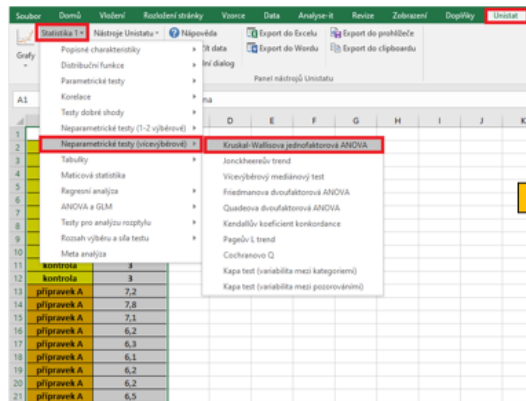
Testováním normality bylo potvrzeno, že kontrolní skupina nesplňuje podmínku normálního rozdělení ($p = 0,0062$).

Obrázek 5: Postup provádění testu Kruskal-Wallisův test v programu Unistat for Excel 6.5.

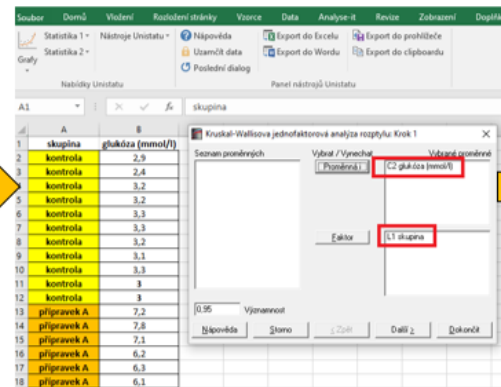
A. Při použití metody Kruskal-Wallis ANOVA je třeba dodržet správné formátování zdrojových dat.

skupina	glukóza (mmol/l)
kontrola	2,9
kontrola	2,4
kontrola	3,2
kontrola	3,3
kontrola	3,2
kontrola	3,1
kontrola	3,3
kontrola	3
kontrola	3
přípravek A	7,2
přípravek A	7,8
přípravek A	7,1
přípravek A	6,2
přípravek A	6,3
přípravek A	6,1
přípravek A	6,2
přípravek A	6,3
přípravek A	6,4
přípravek A	6,5
přípravek B	7,92
přípravek B	8,58
přípravek B	7,81
přípravek B	6,82
přípravek B	6,93
přípravek B	6,71
přípravek B	6,82
přípravek B	7,15
přípravek B	7,04
přípravek B	7,15

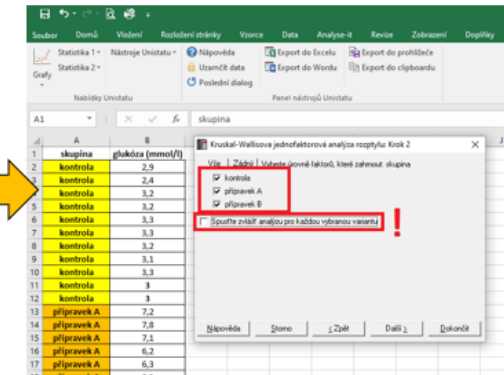
B. Označíme si zdrojová data a v hlavním menu si v nabídce Unistat zvolíme: **Statistika 1** → **Neparametrické testy (vícevýběrové)** → **Kruskal-Wallisova jednofaktorová ANOVA**. V další nabídce si zvolíme „NE“.



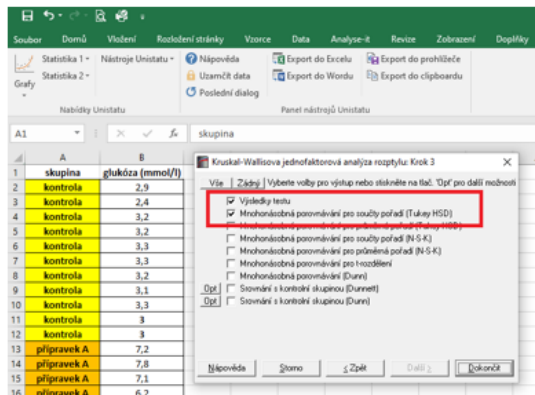
C. Zvolíme si příslušný „Faktor“ a „Závislou“. Použijeme tlačítko „Další“.



D. Zaškrtneme porovnávané skupiny a použijeme tlačítko „Další“.



E. Zaškrtneme si nabídku „Výsledky testu“ a „Mnohonásobná porovnání pro součty pořadí (Tukey-HSD)“. Zvolíme nabídku „Dokončit“.



Kruskal-Wallisova jednofaktorová analýza rozptylu

Výsledky testu

Datová proměnná: glukóza (mmol/l)
Dělit výběr: skupina

skupina	Příp.	Součt.poč.	Průměrná pořadí
kontrola	11	66,0000	6,0000
přípravek A	11	209,0000	19,0000
přípravek B	11	286,0000	26,0000
Celkem	33	561,0000	17,0000

Korekce na shody = 0,0032
Statistika Chi-kvadrát = 24,3129
Stupně volnosti = 2,0000
Pravost: pravděp. = 0,0000

Mnohonásobná porovnávání pro součty pořadí (Tukey HSD)

Metoda: 95% Tukey-HSD interval
** označuje významné odlišné páry. Homogenní podskupiny jsou v vertikálních sloupcích.
Párový test je významný, pokud q hodnota je větší než tabulková hodnota q.

Skupina	Příp.	Součt.poč.	kontrola	přípravek A	přípravek B
kontrola	11	66,0000			
přípravek A	11	209,0000			
přípravek B	11	286,0000			

Srovnání	Rozdílnost	Směrodatná chyba	q Stat	Tabulka q	Pravděp.	Dolní 95%	Horní 95%	Výsledek
přípravek B - kontrola	220,0000	32,0702	6,8599	3,3145	0,0000	113,7034	326,2966	**
přípravek A - kontrola	143,0000	32,0702	4,4590	3,3145	0,0046	38,7034	249,2966	**
přípravek B - přípravek A	77,0000	32,0702	2,4010	3,3145	0,2000	-29,2966	163,2966	

Testováním normality bylo potvrzeno, že u všech skupin není splněna podmínka normálního rozdělení.

Zdroje:

Hendl, J. Přehled statistických metod – analýza a metaanalýza dat. 2015. Vydavatelství Portál Praha, 736 s.

Lepš, J. Biostatistika. 1996. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 166 s.

Meloun, M., Militký, J. 2012. Kompendium statistického zpracování dat. Nakladatelství Karolinum, Univerzita Karlova v Praze. 982 s.